

**MAPAS DE PROGRESO DEL APRENDIZAJE**  
**ÁREA DE MATEMÁTICA**  
**Geometría**



**PERÚ**

Ministerio  
de Educación



INSTITUTO PERUANO DE EVALUACIÓN,  
ACREDITACIÓN Y CERTIFICACIÓN DE LA  
CALIDAD DE LA EDUCACIÓN BÁSICA

**Directorio:**  
 Peregrina Morgan Lora (Presidenta)  
 Jorge Castro León  
 Liliana Miranda Molina  
 Angélica Montané Lores  
 Carlos Rainusso Yáñez

**Comisión Directiva Estándares  
 de Aprendizaje**  
 Patricia Andrade Pacora  
 Liliana Miranda Molina  
 Peregrina Morgan Lora

**Coordinación Técnica:**  
 Verónica Alvarado Bonhote

**Equipo Integrado:**

**IPÉBA - PROGRAMA ESTÁNDARES DE  
 APRENDIZAJE**

**Coordinación General**  
 Jessica Tapia Soriano (Coordinadora General)  
 Alfredo Altamirano Izquierdo  
 Pamela Mendoza del Solar Aranibar

**Área de Matemática**  
 Cecilia Zevallos Atoche (Coordinadora del área)  
 Pilar Butrón Casas  
 Lillian Isidro Cámac  
 Gina Patricia Paz Huamán

**MINISTERIO DE EDUCACIÓN**

**Dirección General de Educación  
 Básica Regular**  
 María Isabel Díaz Maguiña  
 Gabriela Rodríguez Cabezu  
 Pedro Collanqui Díaz

**Dirección de Educación  
 Superior Pedagógica**  
 Ana María Barboza Vega

**Dirección General de Educación  
 Intercultural, Bilingüe y Rural**  
 Marta Villavicencio Ubillús

**Unidad de Medición de la Calidad  
 Educativa**  
 Percy Merino Rosario

**Comisión de Expertos**  
 Teresa Arellano Bados  
 Úrsula Asmad Falcón  
 Antonieta Ramírez de Ferro  
 María Elena Marcos Nicho  
 Guillermo García Figueroa

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca  
 Nacional del Perú N° xxxxxxxxxxxxxxxx.  
 ISBN (este fascículo) N° 978-612-46183-4-5  
 ISBN (obra completa) N° 978-612-46183-6-9

**Diseño:** Rubén Colonia

**Tiraje:** xxxx ejemplares.  
 Lima, xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

**Impresión:** xxxxxxxxxxxxxxxx  
 xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

## ÍNDICE

<b>Presentación</b> .....	3
<b>Mapas de Progreso de Matemática</b> .....	5
<b>El Mapa de Progreso de Geometría</b> .....	6
<b>Ejemplos de indicadores de desempeño y trabajos de estudiantes</b> ....	8
<b>Nivel 1</b> .....	8
Ejemplos de indicadores de desempeño.....	8
Ejemplos de trabajos de estudiantes.....	8
<b>Nivel 2</b> .....	9
Ejemplos de indicadores de desempeño.....	9
Ejemplos de trabajos de estudiantes.....	10
<b>Nivel 3</b> .....	12
Ejemplos de indicadores de desempeño.....	12
Ejemplos de trabajos de estudiantes.....	13
<b>Nivel 4</b> .....	15
Ejemplos de indicadores de desempeño.....	15
Ejemplos de trabajos de estudiantes.....	16
<b>Nivel 5</b> .....	18
Ejemplos de indicadores de desempeño.....	18
Ejemplos de trabajos de estudiantes.....	19
<b>Nivel 6</b> .....	21
Ejemplos de indicadores de desempeño.....	21
Ejemplos de trabajos de estudiantes.....	22
<b>Nivel 7</b> .....	23
Ejemplos de indicadores de desempeño.....	23
Ejemplos de trabajos de estudiantes.....	24
<b>Glosario</b> .....	26
<b>Referencias bibliográficas</b> .....	26



## PRESENTACIÓN

Garantizar el derecho a la educación es un compromiso por la formación integral de los estudiantes. Para ello, es necesario que logren los aprendizajes esperados durante su trayectoria escolar. El Ministerio de Educación y el Instituto Peruano de Evaluación, Acreditación y Certificación de la Educación Básica – IPEBA, en un trabajo conjunto, están elaborando los Mapas de Progreso del Aprendizaje, como una herramienta que coadyuve a mejorar la calidad del servicio que ofrecen las instituciones educativas, públicas y privadas, a los estudiantes del país.

Con este propósito se está desarrollando un sistema curricular destinado a asegurar los aprendizajes que requieren los niños, niñas y adolescentes en el país, y a orientar la labor de los docentes en las aulas. Dicho sistema está compuesto, básicamente, por el Marco Curricular, los Mapas de Progreso y las Rutas de Aprendizaje, y se constituye en el orientador y articulador de los Currículos Regionales.

El Marco Curricular comprende el conjunto de aprendizajes fundamentales que todos deben alcanzar en la educación básica. Los Mapas de Progreso describen con precisión lo que los estudiantes deben saber, saber hacer y valorar, de manera graduada en cada ciclo de la educación básica, y ofrecen criterios claros y comunes para monitorear y evaluar dichos aprendizajes. Las Rutas del Aprendizaje apoyan la labor de los docentes y orientan sus estrategias específicas de enseñanza con el fin de favorecer el aprendizaje.

Considerando que el aprendizaje es un proceso continuo, que se desarrolla a lo largo de la vida, los Mapas de Progreso posibilitan apreciar el avance progresivo de tal aprendizaje, facilitando la articulación de los niveles y etapas del sistema educativo pero, sobre todo, el acompañamiento de los logros de los estudiantes, para que todos puedan aprender y nadie se quede atrás.

La elaboración de los Mapas de Progreso se realiza en un equipo integrado por especialistas de IPEBA y del Ministerio de Educación, que son asesorados por expertos nacionales e internacionales. Este proceso comprende el recojo de información a través de pruebas a estudiantes de diferentes regiones del país, así como consultas a docentes, formadores y acompañantes de docentes, y a especialistas de Direcciones Regionales de Educación y Unidades de Gestión Educativa Local. Además, se trabaja sobre la base de una amplia revisión bibliográfica de experiencias internacionales y la revisión y análisis de los resultados de las evaluaciones nacionales e internacionales aplicadas a estudiantes peruanos. Finalmente, los Mapas de Progreso son validados por una comisión de expertos, constituida por profesionales de gran prestigio académico, amplia experiencia y conocimiento en cada área curricular.

Los Mapas de Progreso serán entregados a los docentes a través de fascículos coleccionables que faciliten su buen uso.

Este tercer fascículo se propone que autoridades, docentes, estudiantes, padres y madres de familia, así como organizaciones de base, conozcan el Mapa de Progreso de Geometría, en el área de Matemática, atendiendo a que “la sociedad tiene la responsabilidad de contribuir a la educación y el derecho a participar en su desarrollo” (Ley General de Educación, artículo 3°).

**Patricia Salas OBrien**  
Ministra de Educación

**Peregrina Morgan Lora**  
Presidenta Directorio IPEBA

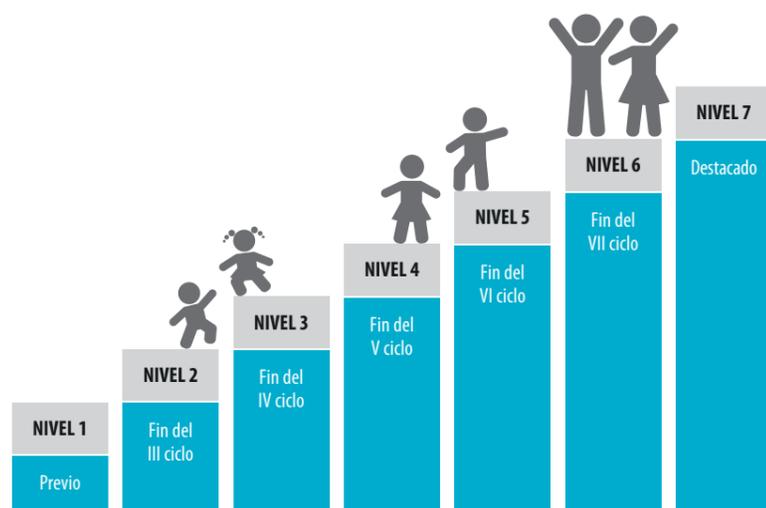
## ¿Qué son los estándares de aprendizaje nacionales?

Los estándares de aprendizaje nacionales son expectativas de aprendizaje que deben ser alcanzadas por todos los estudiantes para que puedan desenvolverse eficientemente y en igualdad de condiciones en los distintos ámbitos de su vida. Los estándares de aprendizaje nacionales del Perú son los **Mapas de Progreso del Aprendizaje**.

## ¿Qué son los Mapas de Progreso del Aprendizaje?

Los Mapas de Progreso describen la secuencia típica en que progresa el aprendizaje en las competencias que se consideran fundamentales en las distintas áreas curriculares, a lo largo de la trayectoria escolar.

Los mapas describen el aprendizaje en siete niveles. Cada nivel define una expectativa para cada ciclo de la escolaridad, desde el ciclo III hasta el ciclo VII (primaria y secundaria). Así, el nivel 2 señala los aprendizajes esperados al finalizar el III ciclo; el nivel 3 señala los aprendizajes esperados al finalizar el IV ciclo; el nivel 4 señala los aprendizajes esperados al finalizar el V ciclo; y así sucesivamente. Adicionalmente, el mapa cuenta con un nivel previo (nivel 1), que muestra los aprendizajes esperados al comenzar el III ciclo (inicio de la primaria), y un nivel por encima del 6 (nivel 7), que describe el aprendizaje que va más allá de la expectativa que se espera para el fin de la secundaria, que es el nivel 6.



## ¿Por qué son útiles los Mapas de Progreso del Aprendizaje?

Los Mapas de Progreso son útiles porque le permiten al docente enfocarse en los aprendizajes centrales y observar cuán lejos o cerca están sus estudiantes del logro de estas expectativas de aprendizaje, para poder reorientar su acción pedagógica.

## MAPAS DE PROGRESO DE MATEMÁTICA

La velocidad del desarrollo científico y tecnológico demanda de la persona capacidad para enfrentar los retos de un mundo en constante cambio. Para hacer frente a esta realidad, se requiere muchas capacidades vinculadas a los aprendizajes matemáticos, como comunicar mediante distintas representaciones y contar con una serie de estrategias para resolver problemas en diferentes situaciones.

El área de Matemática propone desarrollar en el estudiante las capacidades que le permitan *plantear y resolver con actitud analítica los problemas de su contexto y de la realidad*<sup>1</sup>; de manera que los estudiantes desarrollen conocimientos matemáticos y los usen con flexibilidad en diferentes situaciones.

Los aprendizajes del área de Matemática se han organizado en cuatro Mapas de Progreso que atienden a una organización basada en las cuatro grandes situaciones de aprendizaje matemático que se pueden generar:

- Números y operaciones
- Cambio y relaciones
- Geometría
- Estadística y probabilidad

Los Mapas de Progreso de Matemática describen el desarrollo de los aprendizajes que requiere un ciudadano para atender las necesidades y retos de la sociedad actual. Las capacidades descritas en los Mapas de Progreso se interrelacionan y complementan en la medida que los estudiantes tengan la oportunidad de aprender matemática en contextos significativos.

Los Mapas de Progreso de Matemática exigen una educación matemática que brinde al estudiante situaciones de aprendizaje problemáticas que lo motiven a comprometerse con la investigación, exploración y construcción de su aprendizaje, y que ponga énfasis en los procesos de construcción de los conceptos matemáticos y en el desarrollo de la competencia matemática, que implica que un individuo sea capaz de identificar y comprender el rol que desempeña la matemática en el mundo, para permitir juicios bien fundamentados y para comprometerse con la matemática, de manera que cubra las necesidades de la vida actual y futura de dicho individuo como un ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo (PISA 2003).

<sup>1</sup> Ministerio de Educación del Perú (2008). Diseño Curricular Nacional, p. 316.

# EL MAPA DE PROGRESO DE GEOMETRÍA

Vivimos en un mundo en el que la geometría está presente en diversas manifestaciones de la cultura y la naturaleza. A nuestro alrededor podemos encontrar evidencias geométricas en la pintura, la escultura, las construcciones, los juegos, las plantas, los animales y en diversidad de fenómenos naturales. Este entorno demanda de las personas que pongan en práctica habilidades geométricas como obtener información a partir de la observación; interpretar, representar y describir relaciones entre formas, desplazarse en el espacio, entre otras. En ese sentido, aprender geometría proporciona a la persona herramientas y argumentos para comprender el mundo; por ello, la geometría es considerada como la herramienta para el entendimiento y es la parte de las matemáticas más intuitiva, concreta y ligada a la realidad (Cabellos Santos, 2006).

El aprendizaje de la geometría pasa secuencialmente desde el reconocimiento y análisis de las formas y sus relaciones hasta la argumentación formal y la interrelación entre distintos sistemas geométricos; por lo tanto, es importante que el aprendizaje de la geometría favorezca el desarrollo de habilidades para visualizar, comunicar, dibujar, argumentar y modelar. En esta línea los estudios de los esposos Van Hiele y Helmut Hofer son referentes técnicos importantes para la construcción de los niveles de este mapa; sus estudios permiten hacer una descripción de procesos como la modelación y la visualización, desde las habilidades implicadas en ellos.

El Mapa de Progreso de Geometría describe el desarrollo progresivo de la capacidad para describir objetos, sus atributos medibles y su posición en el espacio utilizando un lenguaje geométrico; comparar y clasificar formas y magnitudes; graficar el desplazamiento de un objeto en sistemas de referencia; componer y descomponer formas; estimar medidas, utilizar instrumentos de medición; y resolver situaciones problemáticas mediante diversas estrategias.

La descripción del progreso del aprendizaje en esta competencia se realiza en base a dos aspectos:

## 1. Visualización e interpretación de propiedades y relaciones de formas geométricas.

Capacidad para visualizar, representar y describir formas geométricas<sup>1</sup>, sus propiedades y atributos medibles; estimar y medir magnitudes utilizando unidades arbitrarias y convencionales; formular y argumentar conjeturas a partir de las relaciones que encuentra entre las formas, sus propiedades y atributos medibles para resolver y modelar situaciones reales.

## 2. Orientación y movimiento en el espacio.

Capacidad para orientarse en el espacio; visualizar, representar y describir posiciones y transformaciones; formular y justificar conjeturas sobre los resultados de dichas transformaciones y comprobarlas; para resolver y modelar situaciones reales.

## Descripción de los niveles de Mapa de Progreso de Geometría

### 1

Nivel previo

Relaciona objetos de su entorno con formas bidimensionales y tridimensionales, los agrupa y explica el criterio utilizado; y los representa usando material concreto. Compara dos objetos de diferente longitud usando expresiones como: "es más largo que", "es más corto que", "es más alto que", "es más bajo que". Interpreta y ejecuta consignas para moverse en el espacio, identifica la posición de un objeto en relación a sí mismo u otro objeto interpretando las expresiones: "adelante-atrás", "abajo-arriba", "al lado de", "dentro-fuera", "encima-debajo", "cerca-lejos".

### 2

Fin del III ciclo

Relaciona objetos de su entorno con formas bidimensionales y tridimensionales, nombra y describe sus elementos<sup>2</sup>, las clasifica, explica el criterio utilizado y las representa con material concreto o con dibujos. Interpreta e identifica la longitud, superficie y capacidad como atributos medibles diferentes. Mide, compara y estima longitudes, superficies y capacidades de objetos seleccionando el instrumento y la unidad arbitraria pertinente al atributo, explicando sus resultados. Representa y describe en un croquis las posiciones y movimientos de un objeto en el espacio, identifica la posición de un objeto en relación a sí mismo y a otro objeto, usando expresiones que incluyan derecha e izquierda. Identifica formas bidimensionales simétricas.

### 3

Fin del IV ciclo

Clasifica y representa formas bidimensionales y tridimensionales tomando en cuenta sus características geométricas comunes y describe el criterio utilizado. Identifica ángulos en objetos de su entorno y compara su medida respecto al ángulo recto. Mide, compara y estima la longitud, perímetro, superficie y capacidad de objetos, seleccionando el instrumento y la unidad arbitraria y convencional pertinente al atributo que se quiere medir, explicando sus resultados. Localiza y representa la posición de un lugar o de un camino, y elabora croquis para indicar rutas o la ubicación de objetos de su entorno. Identifica, describe y representa reflexiones respecto a un eje y traslaciones de formas bidimensionales en cuadrículas.

### 4

Fin del V ciclo

Describe y representa formas bidimensionales y tridimensionales<sup>3</sup> de acuerdo a las propiedades de sus elementos básicos y las construye a partir de la descripción de sus elementos. Interpreta y explica la relación entre perímetro y área de formas bidimensionales y entre áreas de cuadriláteros y triángulos. Compara, calcula y estima la medida de ángulos, perímetros y superficies, seleccionando el instrumento y la unidad convencional pertinentes y explica los procedimientos empleados. Interpreta el volumen como un atributo medible de un objeto y lo distingue de la capacidad, lo mide usando unidades arbitrarias y convencionales. Localiza, describe y representa la posición de un objeto en un plano cartesiano utilizando expresiones de proximidad y lenguaje direccional. Identifica, describe y representa rotaciones de cuartos y medias vueltas, ampliaciones y reducciones por proporcionalidad de formas bidimensionales básicas en cuadrículas.

### 5

Fin del VI ciclo

Interpreta, compara y justifica propiedades de formas bidimensionales y tridimensionales<sup>4</sup>, las representa gráficamente y las construye a partir de la descripción de sus propiedades y relaciones de paralelismo y perpendicularidad. Compara, calcula y estima medidas de ángulos, superficies compuestas y volúmenes seleccionando unidades convencionales pertinentes justificando sus procedimientos. Interpreta, representa y determina distancias en mapas usando escalas. Identifica e interpreta la semejanza de dos figuras al realizar rotaciones, ampliaciones y reducciones de formas bidimensionales en el plano cartesiano. Formula y comprueba conjeturas relacionadas con las combinaciones de formas geométricas que permiten teselar un plano.

### 6

Fin del VII ciclo

Construye y representa formas bidimensionales y tridimensionales considerando propiedades, relaciones métricas, relaciones de semejanza y congruencia entre formas. Clasifica formas geométricas estableciendo relaciones de inclusión entre clases y las argumenta. Estima y calcula áreas de superficies compuestas que incluyen formas circulares y no poligonales, volúmenes de cuerpos de revolución y distancias inaccesibles usando relaciones métricas y razones trigonométricas, evaluando la pertinencia de realizar una medida exacta o estimada. Interpreta y evalúa rutas en mapas y planos para optimizar trayectorias de desplazamiento. Formula y comprueba conjeturas relacionadas con el efecto de aplicar dos transformaciones sobre una forma bidimensional. Interpreta movimientos rectos, circulares y parabólicos mediante modelos algebraicos y los representa en el plano cartesiano

### 7

Destacado

Construye y representa formas bidimensionales y tridimensionales compuestas aplicando relaciones entre propiedades de las formas y generaliza los procesos seguidos para la construcción. Argumenta y demuestra propiedades y teoremas por medio de la deducción. Evalúa el nivel de exactitud de las mediciones que realiza considerando el margen de error. Formula conjeturas referidas a la equivalencia entre dos composiciones de transformaciones, las comprueba y argumenta. Interpreta movimientos elípticos e hiperbólicos mediante modelos algebraicos y los representa en el plano cartesiano.

1 La expresión formas geométricas hace referencia a las formas bidimensionales y tridimensionales.

2 Caras, lados y esquinas.

3 Triángulo, cuadrado, ángulos, círculo, circunferencia, prismas y pirámides.

4 Se considera a polígonos, prisma, pirámide, círculo, cilindro, rectas paralelas, perpendiculares y secantes.

## EJEMPLOS DE INDICADORES DE DESEMPEÑO Y TRABAJOS DE ESTUDIANTES

### Nivel 1

Relaciona objetos de su entorno con formas bidimensionales y tridimensionales, los agrupa y explica el criterio utilizado; y los representa usando material concreto. Compara dos objetos de diferente longitud usando expresiones como: "es más largo que", "es más corto que", "es más alto que", "es más bajo que". Interpreta y ejecuta consignas para moverse en el espacio, identifica la posición de un objeto en relación a sí mismo u otro objeto interpretando las expresiones: "adelante-atrás", "abajo-arriba", "al lado de", "dentro-fuera", "encima-debajo", "cerca-lejos".

Cuando un estudiante ha logrado este nivel, realiza desempeños como los siguientes:

- Agrupa objetos de su entorno considerando semejanzas y diferencias en la forma y en el tamaño y explica el criterio utilizado; por ejemplo, si el objeto es redondo, tiene puntas, etc.
- Arma, desarma y crea formas bidimensionales y tridimensionales usando plastilina, papel, palitos, cajas, etc.
- Compara la estatura de dos estudiantes colocándolos uno al lado del otro e indica cuál es el más alto.
- Se desplaza en el patio de juegos siguiendo indicaciones como: avanzar-retroceder, subir-bajar, entrar-salir, hacia adelante-hacia atrás, hacia arriba-hacia abajo.
- Ubica su posición y la de objetos en el espacio; por ejemplo, el estudiante dice que el perrito está debajo de la mesa y él mismo está al lado de la mesa.



### Ejemplos de trabajos de los estudiantes

#### a) Juan y Laura camino a la escuela (video)

Se narra una historia para que el estudiante ubique a dos personajes en diferentes lugares en una maqueta y luego se le pide que construya un objeto con los bloques de construcción.



#### COMENTARIO

El estudiante identifica la posición de los personajes de la historia en relación a los objetos que hay en la maqueta, ubicándolos correctamente según las expresiones "al lado del río", "fuera de la cueva", "encima del puente", "dentro de la cueva" y "entre el camino y la casa". Crea dos objetos de su entorno: un carro y un niño, para incluirlos en la maqueta y estos son representados con los bloques de construcción más adecuados.

## b) ¿Dónde están y cómo son? (video)

Se le presenta al estudiante figuras geométricas básicas: círculo, cuadrado, rectángulo y triángulo y se le indica que levante los objetos de la mesa que tengan dicha forma.



### COMENTARIO

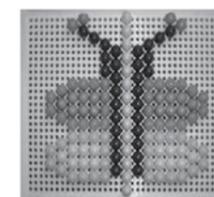
El estudiante relaciona los objetos que están sobre la mesa con formas bidimensionales como rectángulo, círculo, triángulo y cuadrado; también identifica que un mismo objeto puede tener varias formas; por ejemplo, una caja tiene algunas caras rectangulares y otras cuadradas.

## Nivel 2

Relaciona objetos de su entorno con formas bidimensionales y tridimensionales, nombra y describe sus elementos<sup>5</sup>, las clasifica, explica el criterio utilizado y las representa con material concreto o con dibujos. Interpreta e identifica la longitud, superficie y capacidad como atributos medibles<sup>6</sup> diferentes. Mide, compara y estima longitudes, superficies y capacidades de objetos seleccionando el instrumento y la unidad arbitraria pertinente al atributo, explicando sus resultados. Representa y describe en un croquis las posiciones y movimientos de un objeto en el espacio, identifica la posición de un objeto en relación a sí mismo y a otro objeto, usando expresiones que incluyan derecha e izquierda. Identifica formas bidimensionales simétricas.

Cuando un estudiante ha logrado este nivel, realiza desempeños como los siguientes:

- Representa objetos de su entorno con formas bidimensionales y tridimensionales básicas utilizando diversos materiales; por ejemplo: geoplano, tangram, papel cuadriculado, cajas, plastilina, cuerda, etc.
- Clasifica formas y objetos por el número de lados, caras, vértices o esquinas; y explica el criterio tomado en cuenta.
- Mide y estima la longitud de objetos utilizando su propio cuerpo u objetos de su entorno como unidades de medida; por ejemplo, estima la longitud del largo de la pizarra, usando como referente el largo de un lápiz y dice "mide entre veinte y veinticinco lápices".
- Mide y compara dos superficies de objetos usando unidades de medida arbitraria (servilletas, cuadrados, hojas de papel, etc.) y expresa, por ejemplo: en mi libro entraron menos servilletas que en mi carpeta.
- Compara la capacidad de dos jarras usando como referente la cantidad de líquido que entra en un vaso.
- Describe el desplazamiento que realiza para ir de un lugar a otro, por ejemplo: describe su desplazamiento para ir del salón a la biblioteca utilizando expresiones como: avanza-retrocede, sube-baja, entrar-salir, hacia adelante-hacia atrás, hacia arriba-hacia abajo, a la derecha – a la izquierda, por el borde.
- Reconoce formas bidimensionales simétricas a partir de un eje de simetría; armando, doblando o cortando papel.



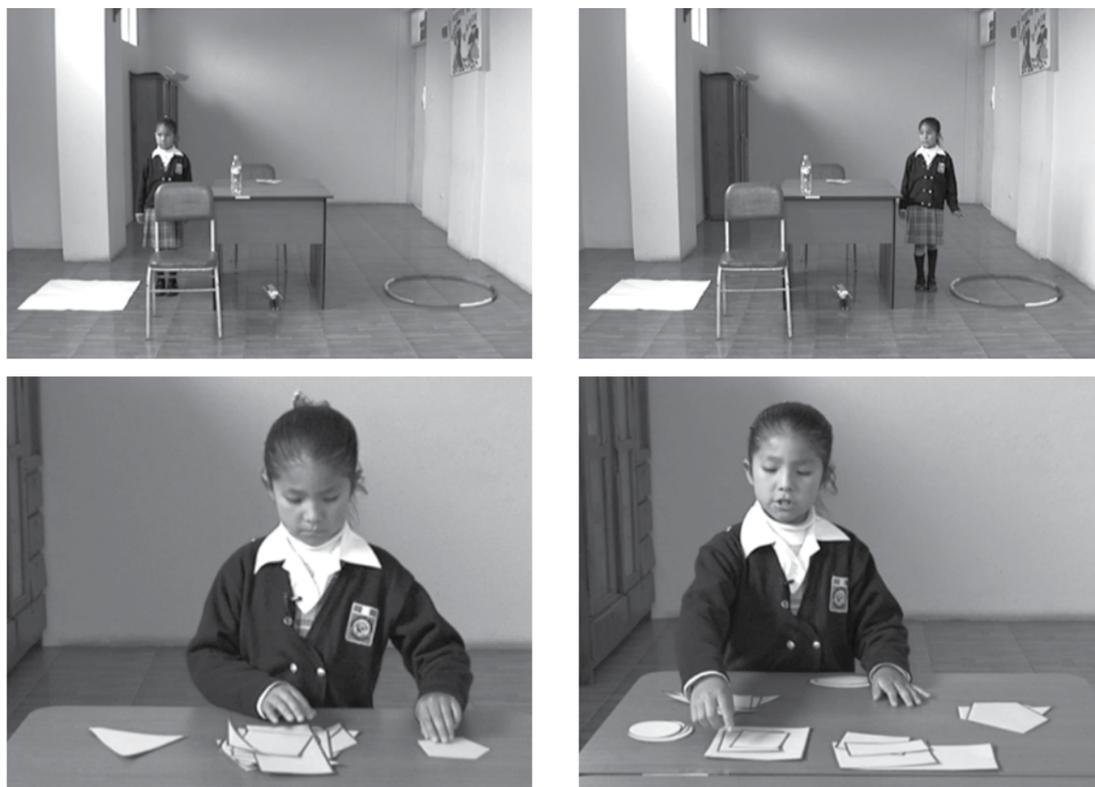
<sup>5</sup> Caras, lados y esquinas.

<sup>6</sup> Se considera atributo medible a toda característica de un cuerpo que puede ser cuantificado como la longitud, superficie y volumen.

## Ejemplos de trabajos de los estudiantes

### a) Simón dice ... (video)

Se le indica a la estudiante que se desplace dentro del salón utilizando como referentes objetos del aula y que coloque un objeto en otra posición. Además, se le proporciona a la estudiante diferentes formas bidimensionales en cartulina y se le pide que las agrupe según su forma.



### COMENTARIO

La estudiante sigue consignas que usan lenguaje posicional para ubicarse ella misma y para colocar objetos cercanos a otros. Comprende el uso de los términos: "delante de", "debajo de", "entre", "a la izquierda de". Identifica su izquierda y la de otra persona representada por una muñeca. Asimismo, clasifica formas bidimensionales en círculos, óvalos, cuadrados, rectángulos, triángulos y figuras de 5 lados; explica su clasificación mencionando algunas características de las figuras agrupadas, por ejemplo: "el triángulo tiene 3 lados", "el óvalo no tiene ningún lado", etc.

## Nivel 3

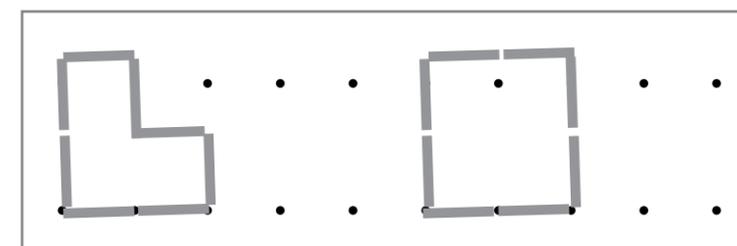
Clasifica y representa formas bidimensionales y tridimensionales tomando en cuenta sus características geométricas comunes y describe el criterio utilizado. Identifica ángulos en objetos de su entorno y compara su medida respecto al ángulo recto. Mide, compara y estima la longitud, perímetro, superficie y capacidad de objetos, seleccionando el instrumento y la unidad arbitraria y convencional pertinente al atributo que se quiere medir, explicando sus resultados. Localiza y representa la posición de un lugar o de un camino, y elabora croquis para indicar rutas o la ubicación de objetos de su entorno. Identifica, describe y representa reflexiones respecto a un eje y traslaciones de formas bidimensionales en cuadrículas.

Cuando un estudiante ha logrado este nivel, realiza desempeños como los siguientes:

- Caracteriza polígonos haciendo referencia a tres de sus elementos: lados, vértices y ángulos.
- Representa formas tridimensionales con material concreto; por ejemplo, arma cubos con cañitas y limpiatipo o plastilina.
- Compone y descompone formas bidimensionales a partir de otra; por ejemplo ¿En cuántas figuras iguales se puede descomponer este hexágono?

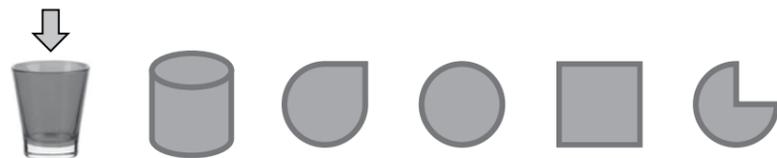


- Representa diferentes formas bidimensionales que tienen el mismo perímetro, usando material concreto (sogas, geoplano, etc.).

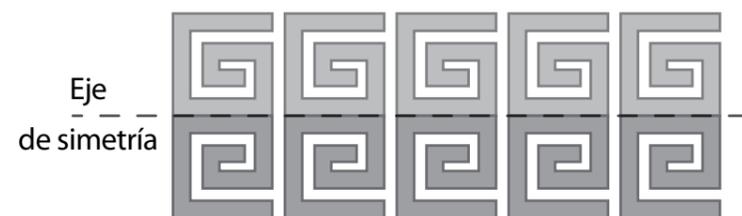


## Ejemplos de trabajos de los estudiantes

- Relaciona formas tridimensionales con sus respectivas vistas bidimensionales; por ejemplo: ¿Cómo se ve el vaso desde arriba?



- Mide y estima superficies de objetos empleando unidades patrón de cartulina, cartón o fichas que midan un metro y un centímetro cuadrado; por ejemplo, mide la superficie de la pizarra de su aula utilizando un metro cuadrado de cartulina.
- Mide capacidades de objetos utilizando envases de 1 litro.
- Elabora un plano donde localiza la posición de un objeto o expresa una ruta de desplazamiento.
- Aplica traslaciones y reflexiones; por ejemplo, refleja una forma a partir del eje trazado.



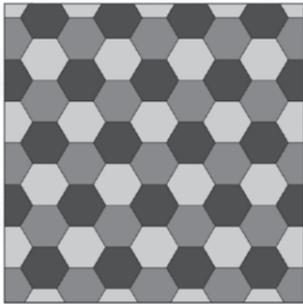
### a) Diseños en casa de Alonso

NIVEL 3 - GEOMETRÍA

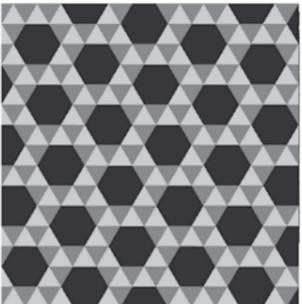
TAREA 1

**DISEÑOS EN CASA DE ALONSO**

Estos son los diseños de las mayólicas de la cocina y del baño de la casa de Alonso, observa atentamente y responde las siguientes preguntas:



Mayólicas de la cocina



Mayólicas del baño

a) ¿Qué polígono tienen en común las mayólicas de la cocina y del baño?

el hexágono

¿por qué? en las mayólicas se encuentra el hexágono y además porque el hexágono tiene 6 lados

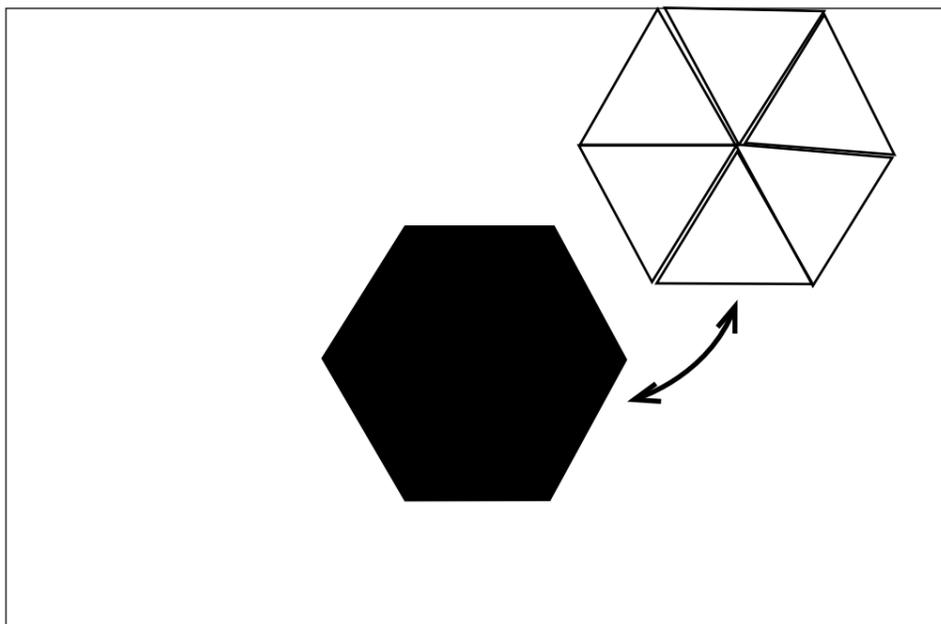
b) Si la siguiente figura  es un ángulo recto, ¿los ángulos del polígono que tienen en común las mayólicas de la cocina y del baño miden más o menos que un ángulo recto?

mide más de un ángulo recto

¿por qué? porque mide más de 90 grados

c) Si Alonso tiene mayólicas del baño de forma triangular cuya área de cada una mide  $1 \text{ cm}^2$ , ¿cómo le sugieres que las utilice para hallar el área del polígono que tienen en común las mayólicas de la cocina y del baño?

Muestra tu procedimiento (utiliza el material anexo)



Explica tu procedimiento

Coloque 6 triángulos para saber cual es su superficie.  
 Le sugiero a Alonso que use los triángulos para formar un hexágono. la superficie del hexágono es:  
 $6 \text{ cm}^2$  cuadrados

**COMENTARIO**

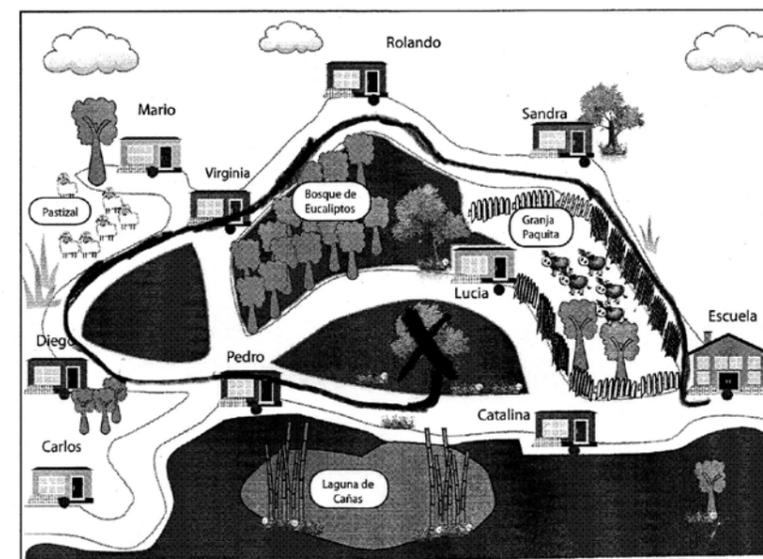
La estudiante identifica que en ambos diseños se ha usado el hexágono y que un hexágono tiene 6 lados; identifica que sus ángulos miden más que un ángulo recto y que la superficie del hexágono puede cubrirse con 6 triángulos iguales, optando por esta estrategia para determinar el área del hexágono; finalmente, explica con claridad el procedimiento seguido.

**b) Recorriendo el pueblo**

**TAREA 2**

**RECORRIENDO EL PUEBLO**

Este es el pueblo en el que viven Pedro y sus amigos, observa atentamente y responde:



a) Si sales de la casa de Pedro y caminas cerca de la Laguna de Cañas, luego continúas por el camino, llegas a la escuela y pasas la granja de doña Paquita, sin pasar por el bosque ¿a la casa de quién llegarás? Sandra

b) Lee el siguiente texto, dibuja sobre el mapa el recorrido que hizo Diego y marca con una (X) el lugar en el que se detuvo a descansar.

Diego salió de la Escuela y decidió dar un paseo por el pueblo. Caminó hacia la derecha por el camino que bordea la granja Paquita, pasó por la casa de Rolando y Virginia y siguió por el camino bordeando el pastizal hasta llegar a la casa de Pedro, siguió caminando y se detuvo a descansar bajo la sombra del árbol que está antes de llegar a la casa de Catalina.

- c) Mario es nuevo en el pueblo. ¿Qué indicaciones le darías para que saliendo de su casa llegue a la escuela? Escribe aquí.

Que pasaria por la casa de Virginia y la  
 por la izquierda y se encuentra en la  
 casa de Rolando despues sigue el camino  
 llega a su casa de Sandra sigue el camino  
 para por la granja de Paquita y llega a la  
 escuela.

**COMENTARIO**

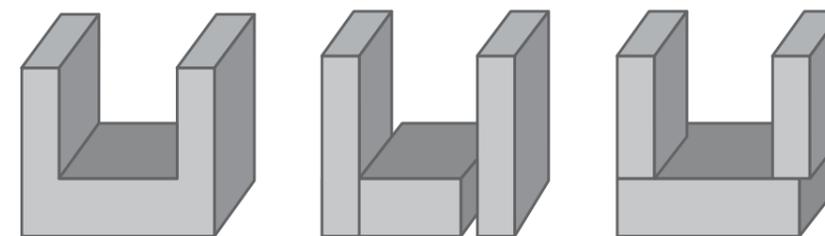
Interpreta la descripción dada para localizar en el croquis la casa de Sandra y para trazar el recorrido que realiza Diego, describiendo el recorrido que debe hacer una persona para desplazarse de un lugar a otro. Utiliza como referentes los lugares por los que debe pasar y usa expresiones de direccionalidad: "va por la izquierda", "sigue el camino" que demuestra el dominio de su lateralidad.

**Nivel 4**

Describe y representa formas bidimensionales y tridimensionales<sup>7</sup> de acuerdo a las propiedades de sus elementos básicos y las construye a partir de la descripción de sus elementos. Interpreta y explica la relación entre perímetro y área de formas bidimensionales y entre áreas de cuadriláteros y triángulos. Compara, calcula y estima la medida de ángulos, perímetros y superficies, seleccionando el instrumento y la unidad convencional pertinentes y explica los procedimientos empleados. Interpreta el volumen como un atributo medible de un objeto y lo distingue de la capacidad, lo mide usando unidades arbitrarias y convencionales. Localiza, describe y representa la posición de un objeto en un plano cartesiano utilizando expresiones de proximidad y lenguaje direccional. Identifica, describe y representa rotaciones de cuartos y medias vueltas, ampliaciones y reducciones por proporcionalidad de formas bidimensionales básicas en cuadrículas.

Cuando un estudiante ha logrado este nivel, realiza desempeños como los siguientes:

- Construye formas bidimensionales usando instrumentos de medida y dibujo o recursos tecnológicos; por ejemplo, construye un rectángulo usando escuadras, un círculo usando compás y regla, un ángulo usando transportador.
- Clasifica triángulos por la medida de sus lados y de sus ángulos.
- Describe cómo se puede componer y descomponer formas tridimensionales en prismas y cubos; por ejemplo, trazando líneas sobre la representación de la forma tridimensional se descompone en prismas.

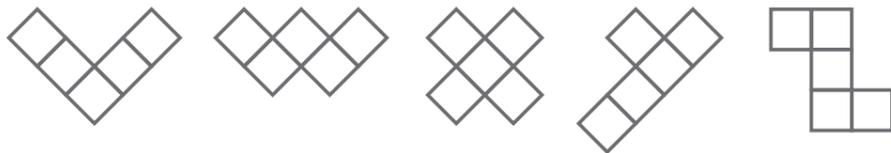


- Mide y compara la medida de ángulos en grados sexagesimales.
- Mide el volumen de prismas empleando cubos de 1cm<sup>3</sup> como unidad patrón.

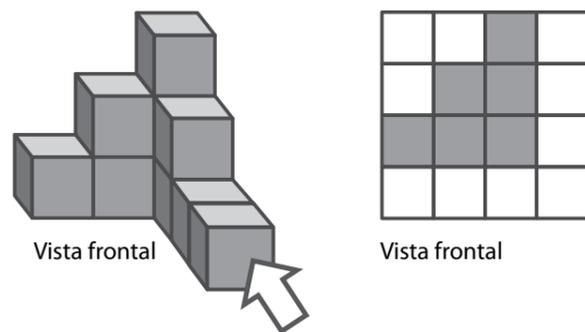
<sup>7</sup> Triángulo, cuadrado, ángulos, círculo, circunferencia, prismas y pirámides.

## Ejemplos de trabajos de los estudiantes

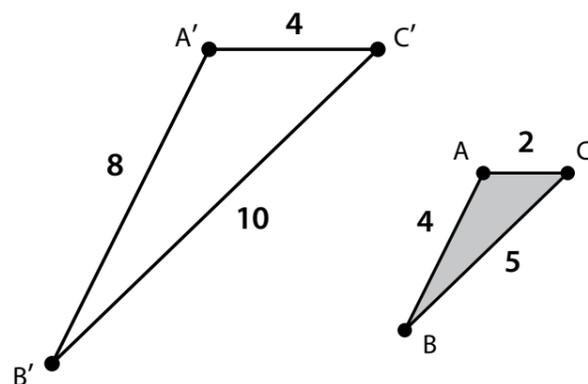
- Encuentra la relación entre el perímetro y área de cuadriláteros; por ejemplo, encuentra las figuras que tienen igual perímetro e igual área.



- Representa diferentes vistas planas de una forma tridimensional.
- Representa la vista frontal de una forma tridimensional en un plano de cuadrículas; por ejemplo:



- Aplica transformaciones rígidas, ampliaciones y reducciones a figuras básicas; por ejemplo, amplía un triángulo al doble.



### a) El jardín de Carolina

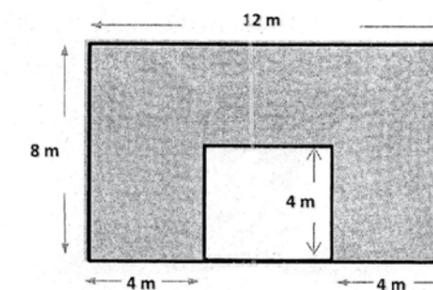
NIVEL 4 - GEOMETRÍA

#### TAREA 1

#### EL JARDÍN DE CAROLINA

La figura muestra la forma que tiene el jardín de la casa de Carolina donde ella desea hacer diferentes arreglos.

- a) Carolina desea sembrar pasto y necesita saber cuánto mide la superficie sombreada para comprar las planchas de pasto necesarias. ¿Cuál es el área de la parte sombreada del jardín? Muestra tus procedimientos en la parte inferior, puedes realizar los trazos que creas convenientes sobre la imagen que se muestra.



$$A_{\square} = 12 \times 8 = 96 \text{ m}^2$$

$$A_{\square} = 4^2 = 16 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{del } \square} = 80 \text{ m}^2$$

$$\begin{array}{r} 96 \\ - 16 \\ \hline 80 \end{array}$$

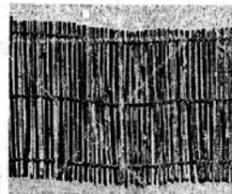
El área del césped es  $80 \text{ m}^2$ .

Explica el procedimiento utilizado

Primero hallé el área del rectángulo, luego saqué el área del cuadrado. Reste el área del rectángulo menor la del cuadrado y me salió el área donde se quiere poner la cerca.

b) Si Carolina pone una cerca con cañas de bambú al perímetro de la parte sombreada del jardín, ¿qué longitud tiene la cerca? 48m

¿por qué? porque se suma la longitud para hallar el perímetro



Cerca con cañas de bambú

c) Si el jardín de la vecina de Carolina tiene  $1 \text{ m}^2$  más que el área de su jardín y es de forma cuadrada, ¿cuánto mide el perímetro del jardín de su vecina? El perímetro mide 36m.

¿por qué? Porque el área es 81 y para ver su lado buscamos la raíz cuadrada de 81 que es 9. 9 lo multiplicamos por 4 y sale su perímetro que es 36m.

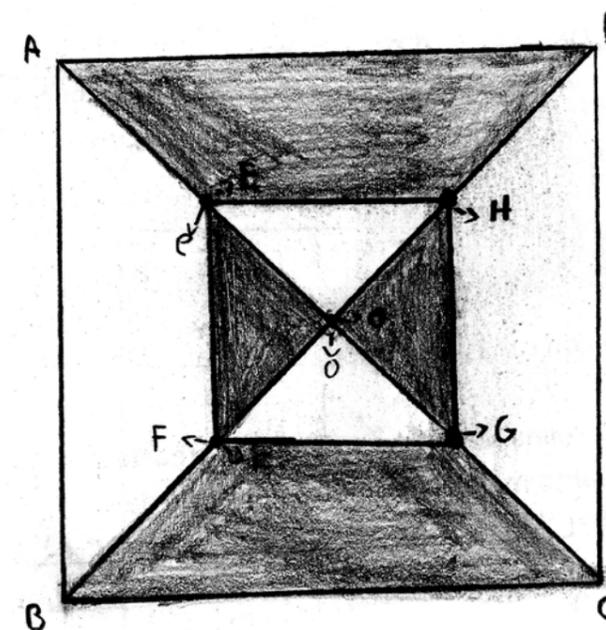
COMENTARIO

El estudiante identifica que la medida de la superficie del jardín se determina mediante una sustracción entre el área del rectángulo y la del cuadrado; expresa las medidas del perímetro como el área del jardín en las unidades adecuadas y explica su procedimiento con claridad. Asimismo, demuestra que relaciona la superficie con el perímetro del cuadrado, al emplear esta relación en el cálculo del perímetro conociendo la medida del área.

b) Construyendo formas

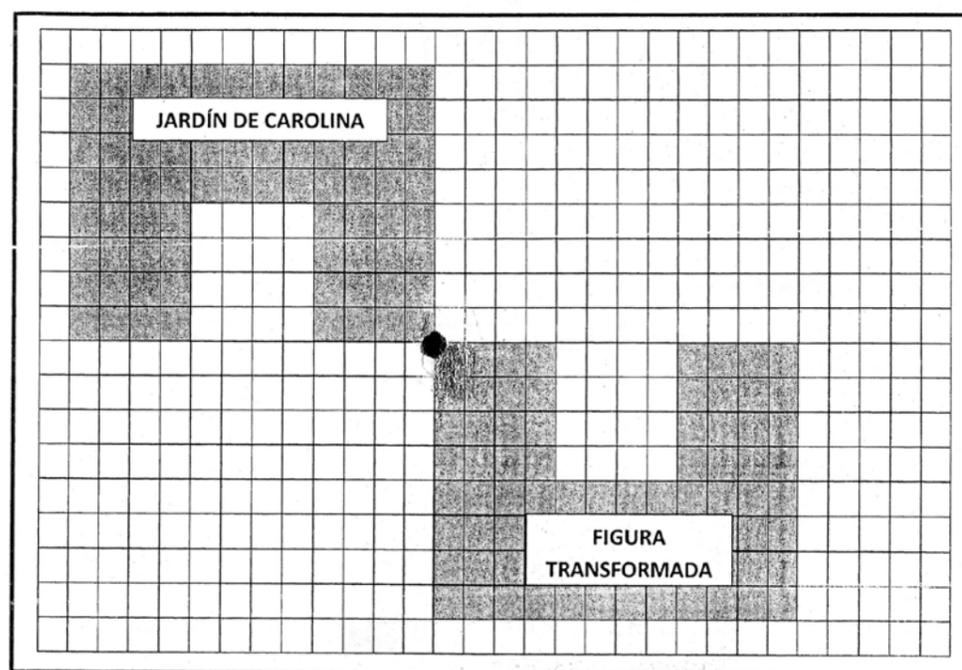
d) En la región no sombreada de la figura, Carolina desea colocar un diseño con mayólicas, sigue las instrucciones para que muestres el diseño al albañil:

- Dibuja un cuadrado ABCD de 8 cm de lado.
- Traza las dos diagonales del cuadrado.
- A la intersección de dichas diagonales representala con el punto O.
- Marca los puntos medios de los segmentos:  $\overline{OA}$ ,  $\overline{OB}$ ,  $\overline{OC}$ , y  $\overline{OD}$  y nómbralos con E, F, G y H respectivamente.
- Une los puntos medios utilizando líneas rectas.
- Pinta de plomo las regiones EOF, HOG, AEHD y BFGC.



NIVEL 4 - GEOMETRÍA

e) Carolina quiere representar en una cuadrícula su jardín pero aplicando una transformación. Observa:

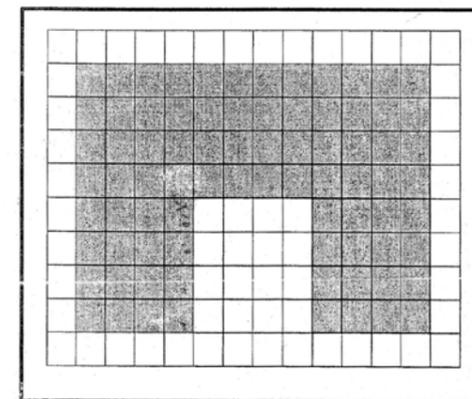


Describe la transformación que Carolina aplicó al jardín. ¿Cómo lo descubriste?

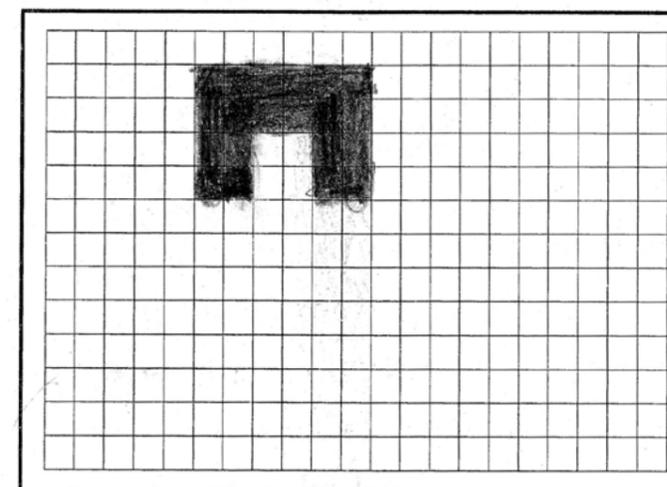
Carolina al representarlo en cuadrícula su jardín lo volvió a  $180^\circ$  o media vuelta y la figura de su jardín quedó invertida. Lo descubrí intentándolo rotar la imagen en el mismo sentido el cual estaba girando

NIVEL 4 - GEOMETRÍA

f) Observa en la cuadrícula el jardín de Carolina:



Reduce a la mitad el tamaño del jardín de Carolina en la siguiente cuadrícula.



COMENTARIO

El estudiante construye un cuadrado siguiendo indicaciones que describen sus elementos y de las regiones que se forman en su interior; reconoce que el jardín ha sido transformado por la aplicación de una rotación de  $180^\circ$  y reduce la figura a la mitad de su tamaño y lo representa.

## Nivel 5

Interpreta, compara y justifica propiedades de formas bidimensionales y tridimensionales<sup>8</sup>, las representa gráficamente y las construye a partir de la descripción de sus propiedades y relaciones de paralelismo y perpendicularidad. Compara, calcula y estima medidas de ángulos, superficies compuestas y volúmenes seleccionando unidades convencionales pertinentes justificando sus procedimientos. Interpreta, representa y determina distancias en mapas usando escalas. Identifica e interpreta la semejanza de dos figuras al realizar rotaciones, ampliaciones y reducciones de formas bidimensionales en el plano cartesiano. Formula y comprueba conjeturas relacionadas con las combinaciones de formas geométricas que permiten teselar un plano

### Cuando un estudiante ha logrado este nivel, realiza desempeños como los siguientes:

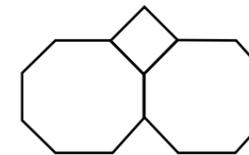
- Identifica las características suficientes y necesarias para construir formas bidimensionales básicas; por ejemplo, reconoce que para construir un cuadrado debe considerar 4 lados iguales, 4 ángulos rectos y diagonales perpendiculares entre sí.
- Identifica y justifica grupos de figuras semejantes y congruentes; por ejemplo, en la siguiente figura identifica los triángulos congruentes.



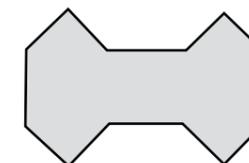
- Representa el desarrollo en el plano de una forma tridimensional o la reconstruye a partir de su desarrollo en el plano.
- Selecciona la unidad convencional pertinente para realizar una medición de superficies o volúmenes de prismas y pirámides.
- Ubica la posición de objetos o lugares utilizando sistema de coordenadas y de referencia locales.
- Amplía o reduce formas bidimensionales y describe la semejanza de la figura transformada con la original; por ejemplo, amplía el triángulo ABC.

<sup>8</sup> Se considera a polígonos, prisma, pirámide, círculo, cilindro, rectas paralelas, perpendiculares y secantes.

- Construye formas tridimensionales a partir de la representación plana en distintas vistas. Por ejemplo: Construye con 20 cubos la forma tridimensional representada en estas vistas.



- Elabora conjeturas de transformaciones en el plano, por traslación, reflexión o rotación; las comprueba y explica su procedimiento; por ejemplo, usando figuras como la que se muestra ¿Se podrá cubrir una hoja tamaño A4 sin dejar espacios en blanco?



### Ejemplos de trabajos de los estudiantes

#### a) Visualizando objetos

#### VISUALIZANDO OBJETOS

Observa el siguiente gráfico de la casa de Zulema, ella se da cuenta que cada vez que se coloca en un lugar distinto fuera de su casa obtiene una imagen diferente de esta.

El diagrama muestra una casa con un camino que lleva a un árbol. Se han marcado cinco puntos de observación fuera de la casa, etiquetados como A, B, C, D y E. Cada punto tiene una flecha que indica la dirección de la línea de visión hacia la casa. El punto A está a la izquierda, B y C están en el camino, D está a la derecha del camino, y E está a la derecha de la casa.

Zulema necesita tomar una fotografía de su casa de manera que se vea lo más completa posible. Hay cinco vistas posibles:

- ¿desde qué vista le conviene tomar la foto?  
desde la vista B
- Dibuja como se vería la casa de Zulema desde esta vista.
- ¿Por qué elegiste esa vista?  
Por que se observa la Fachada de la casa. Si se toma desde la vista C, el árbol tapa la ventana, desde la E, no se ve la cochera, desde la A no se ve la ventana.



### COMENTARIO

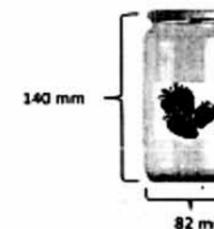
La estudiante interpreta las propiedades de las formas tridimensionales y visualiza las diferentes vistas de un cuerpo geométrico en relación a otros. Determina la posición de Zulema para obtener la toma más favorable de la casa y lo representa; para ello, discrimina las otras posiciones y explica cómo estas no cumplen con la condición del problema.

### b) Elaborando cajas para empacar envases

NIVEL 5 - GEOMETRÍA

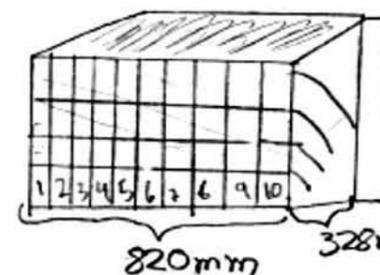
#### TAREA 2: ELABORANDO CAJAS PARA EMPACAR ENVASES

Rafael es dueño de una microempresa que se encarga de elaborar mermelada de fresa. Una vez lista la mermelada la debe envasar en pomos de vidrio. Para llevar a cabo este proceso su equipo propone comprar pomos de forma cilíndrica como el que se muestra en el gráfico.



- Para distribuir su equipo ha considerado diseñar cajas, para colocar 40 pomos en cada una. ¿Qué dimensiones debe tener la caja?, elabora tu propuesta. Expresa tu respuesta mediante gráficos, cálculos o explicaciones verbales que consideres necesarias.

140 = largo  
82 = ancho



$$\begin{array}{r} 82 \times 4 \\ 0 \\ \hline 328 \end{array}$$

Rpta: La caja debe tener 140 mm de altura, 328 mm de ancho teniendo 4 filas y 820 mm de largo por donde de 10 en 10.

820 328 140  
↑ ↑ ↑  
Largo, ancho y altura.

### COMENTARIO

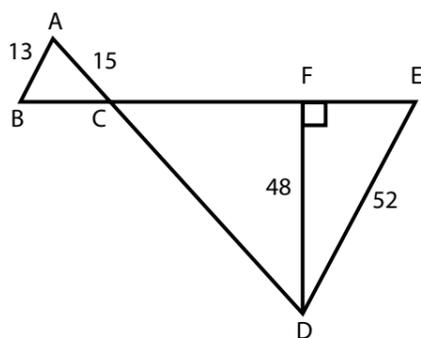
El estudiante relaciona las dimensiones de dos formas tridimensionales cilindro y prisma; diseña una de las posibles formas en las que se puede apilar frascos de mermelada, a partir de esto establece las dimensiones de la caja: largo, ancho y altura. Demuestra emplear estrategias diversas para determinar volúmenes y comunica con claridad su procedimiento.

## Nivel 6

Construye y representa formas bidimensionales y tridimensionales considerando propiedades, relaciones métricas, relaciones de semejanza y congruencia entre formas. Clasifica formas geométricas estableciendo relaciones de inclusión entre clases y las argumenta. Estima y calcula áreas de superficies compuestas que incluyen formas circulares y no poligonales, volúmenes de cuerpos de revolución y distancias inaccesibles usando relaciones métricas y razones trigonométricas, evaluando la pertinencia de realizar una medida exacta o estimada. Interpreta y evalúa rutas en mapas y planos para optimizar trayectorias de desplazamiento. Formula y comprueba conjeturas relacionadas con el efecto de aplicar dos transformaciones sobre una forma bidimensional. Interpreta movimientos rectos, circulares y parabólicos mediante modelos algebraicos y los representa en el plano cartesiano.

Cuando un estudiante ha logrado este nivel, realiza desempeños como los siguientes:

- Resuelve situaciones en las que requiere generar información a partir de las propiedades de las formas en una construcción; por ejemplo:



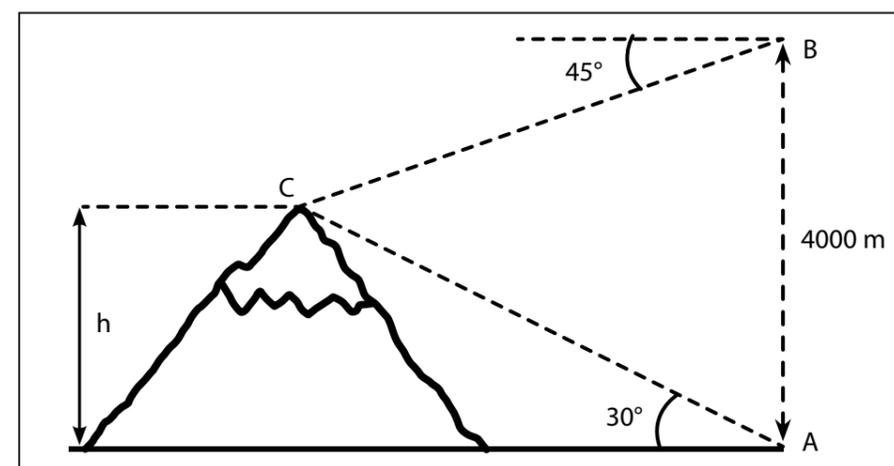
En esta figura, es  $AB \parallel DE$  y  $DF \perp CE$ .

Determina el perímetro del  $\triangle ABC$  y del  $\triangle CDE$ . Explica cómo has encontrado las respuestas y cómo sabes que son correctas.

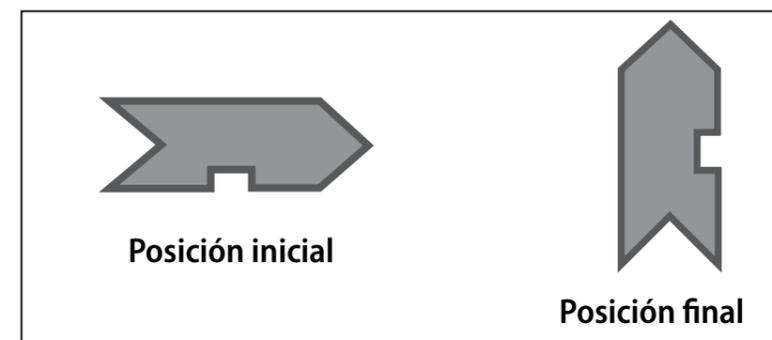
NCTM - Sociedad andaluza de educación matemática THALES.

- Identifica propiedades comunes entre formas poligonales de la misma familia; por ejemplo, elabora un organizador visual respecto a la clasificación de cuadriláteros o triángulos donde se observe la inclusión de clases.
- Identifica las características de los cuerpos geométricos de revolución a partir de sus diferentes desarrollos.

- Utiliza razones trigonométricas para determinar longitudes y medidas angulares; por ejemplo, desde un helicóptero a 4000 metros de altura se fotografía una montaña en un ángulo de  $45^\circ$ , tal como se muestra en la imagen, calcula la altura de la montaña.



- Realiza conjeturas y las comprueba respecto de la combinación de transformaciones que se aplicó a una forma bidimensional para obtener un determinado resultado; por ejemplo: indica y comprueba las transformaciones que se dieron a la figura de la posición inicial para llegar a la posición final.



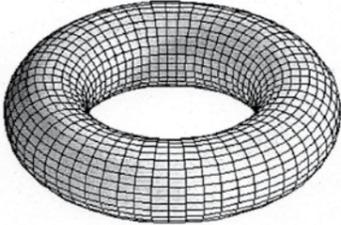
- Interpreta que un conjunto de rectas paralelas tienen la misma pendiente.
- Construye rectas paralelas o perpendiculares en el plano cartesiano a partir de la interpretación de sus elementos expresados algebraicamente.

## Ejemplos de trabajos de los estudiantes

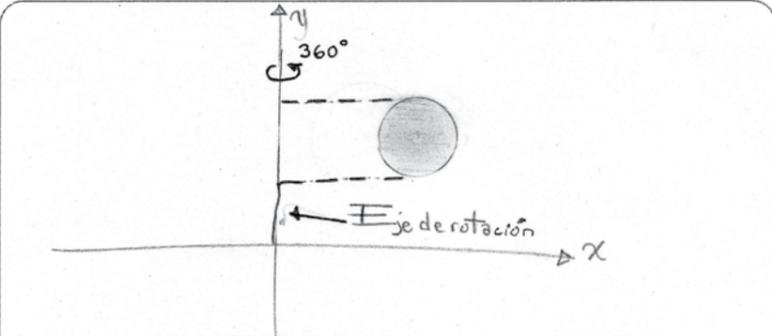
### a) El Toro

**TAREA 1**

**El toro** El siguiente sólido se llama Toro y es un sólido de revolución.



Dibuja la figura que se ha rotado para generar dicho sólido y señale su respectivo eje de rotación.



### COMENTARIO

El estudiante identifica y representa los elementos que son necesarios para construir un sólido de revolución, al describir gráficamente el eje de rotación y la figura plana que genera el sólido. Demuestra su capacidad para visualizar el resultado de rotar esta figura mentalmente, al precisar que si se gira  $360^\circ$  un círculo alrededor de un eje de rotación se obtiene el sólido mostrado en la figura.

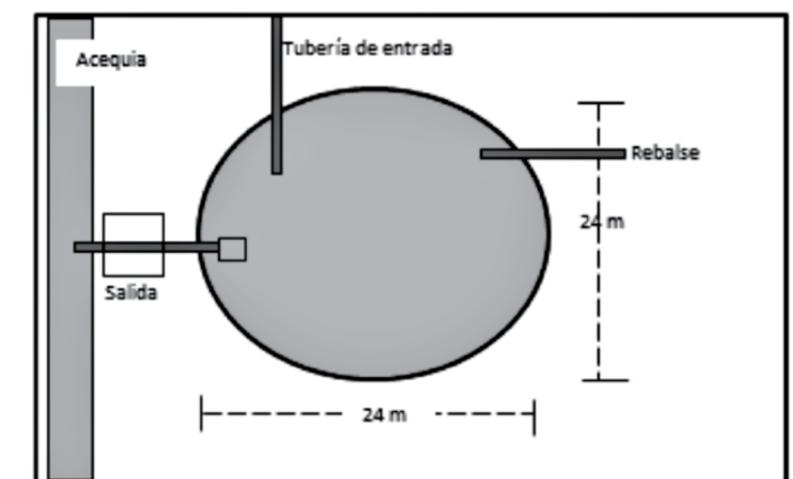
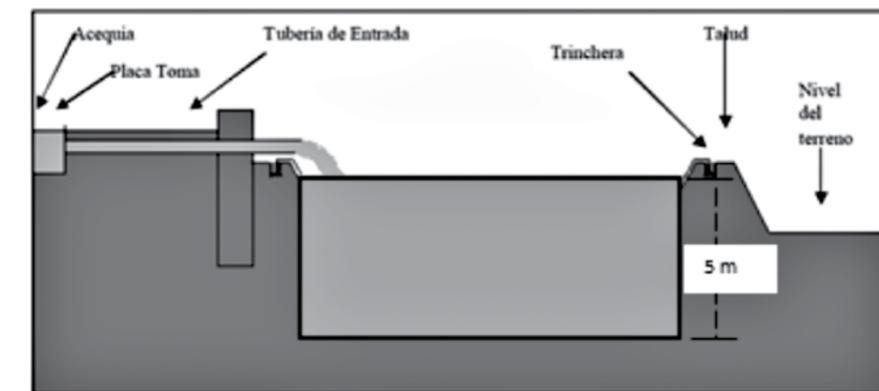
### b) Desarrollando mediciones de superficies y volúmenes

#### TAREA 2: Desarrollando mediciones de superficies y volúmenes.

La compañía "Constructores Perú" ha preparado un proyecto de reservorio para las comunidades de Nueva Congona y Mochadín de Cajamarca. Este reservorio permitirá almacenar agua suficiente para instalar modernos sistemas de riego por aspersión en un total de 120 hectáreas de terreno.

Este reservorio se construirá en el suelo, haciendo una excavación como la forma mostrada en el gráfico, en el cual se puede observar la vista de perfil y desde arriba, así como sus respectivas dimensiones.

Dimensiones



Lesly Martínez A

$$\begin{array}{r}
 144 \times \\
 3,14 \\
 \hline
 451,2 \\
 2880 \\
 \hline
 226080
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 244 \times \\
 3,14 \\
 \hline
 765,16 \\
 12880 \\
 \hline
 226080
 \end{array}$$

a)  $\therefore$  La capacidad de reservorio es de 2260800 L.

### COMENTARIO

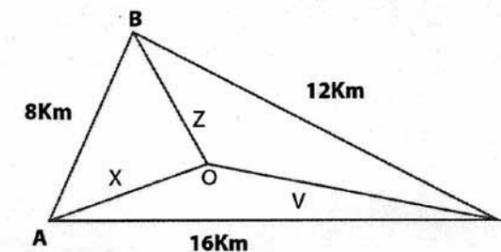
El estudiante demuestra su capacidad para visualizar formas geométricas a partir de dos de sus vistas: la de arriba y de perfil, y para usar sus conocimientos sobre cálculos de volumen y capacidad en situaciones contextualizadas. Reconoce el radio de la base del cilindro, su altura y usa estos datos para calcular el volumen. Se aprecia en los cálculos que reconoce que por cada metro cúbico se tiene 1000 litros de agua, por ello finalmente aplica estrategias de cálculo mental para determinar que la cantidad de litros es 2260800 litros de agua.

### c) La menor longitud

#### La menor longitud

A, B y C son tres pueblos vecinos que están casi incomunicados. Una compañía de teléfonos quiere hacer instalaciones telefónicas para que los pueblos puedan comunicarse con facilidad. Para esto tienen que instalar entre los tres pueblos una central O. La compañía extenderá los cables telefónicos desde dicha central hacia los pueblos tratando de que éste cableado utilice la menor cantidad de cable posible.

Observe el siguiente gráfico que representa la situación antes descrita:



Los segmentos  $\overline{AO}$ ,  $\overline{BO}$  y  $\overline{CO}$  representan los cables que se instalarán desde la central hacia los pueblos.

Ahora responde, ¿cuál es la menor longitud que pueden tener en total los cables que se instalarán desde la central O hacia los tres pueblos? Muestra tu procedimiento.

Se sabe que:

$$\begin{aligned}
 x + z &> 8 \\
 z + v &> 12 \\
 x + v &> 16
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 2x + 2z + 2v > 36$$

$$x + z + v > 18$$

Por tanto la mínima longitud total es 19 Km.

### COMENTARIO

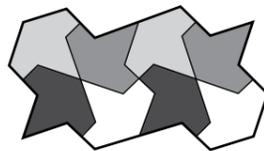
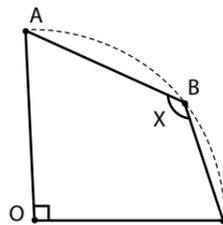
El estudiante demuestra capacidad para aplicar sus conocimientos en el proceso de optimización de rutas en un plano. Interpreta que para conseguir el menor valor para las distancias que unirán la central telefónica con los pueblos A, B y C, debe optimizar el valor que representa la cantidad de cable que unirá los pueblos. Utiliza la desigualdad triangular para calcular dichas distancias; es decir, usa esta propiedad para determinar la suma de las distancias que unen estos pueblos con la central, interpreta la desigualdad obtenida al responder que dicha distancia debe ser mayor que 18 km, por ejemplo, 19 km de cable.

## Nivel 7

Construye y representa formas bidimensionales y tridimensionales compuestas aplicando relaciones entre propiedades de las formas y generaliza los procesos seguidos para la construcción. Argumenta y demuestra propiedades y teoremas por medio de la deducción. Evalúa el nivel de exactitud de las mediciones que realiza considerando el margen de error. Formula conjeturas referidas a la equivalencia entre dos composiciones de transformaciones, las comprueba y argumenta. Interpreta movimientos elípticos e hiperbólicos mediante modelos algebraicos y los representa en el plano cartesiano.

Cuando un estudiante ha logrado este nivel, realiza desempeños como los siguientes:

- Emplea formas bidimensionales compuestas para generar cuerpos de revolución.
- Agrega trazos adicionales a las formas bidimensionales compuestas.  
Ejemplo: En el cuadrilátero  $ABCO$ ,  $AO = OC$ . Determina cual es el valor del ángulo "x".
- Resuelve situaciones en las que requiere relacionar propiedades y características en formas geométricas compuestas; por ejemplo, calcula el área y volumen del siguiente sólido compuesto, sabiendo que la altura del cilindro es de 20 cm, la altura de la pirámide es 10 cm y el radio de la base es 5 cm.
- Demuestra teoremas elementales referidos a formas bidimensionales básicas; por ejemplo, demuestra el teorema de Thales, de Pitágoras, etc.
- Comprueba conjeturas respecto a las transformaciones que dan en su entorno; por ejemplo, encuentra dos combinaciones equivalentes, que permitan transformar la figura 1 para obtener el diseño que se muestra.
- Relaciona el movimiento de traslación de la Tierra con las propiedades de la elipse.
- Representa elipses e hipérbolas en distintas ubicaciones en el plano cartesiano, a partir de la interpretación de sus elementos expresados algebraicamente



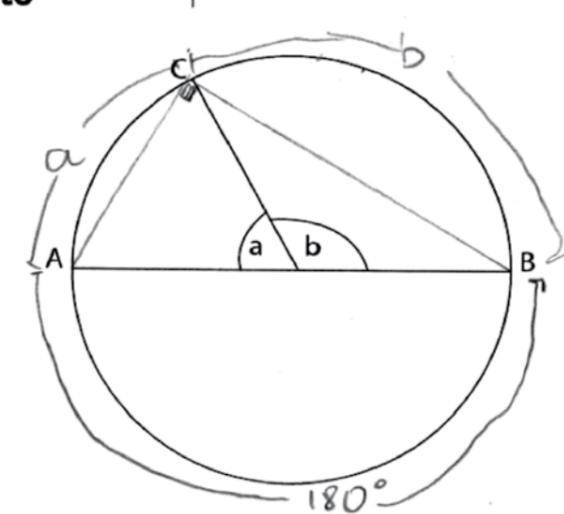
## Ejemplos de trabajos de los estudiantes

### a) Triángulo inscrito

#### TAREA 1

#### Triángulo inscrito

En el siguiente gráfico el segmento  $\overline{AB}$  es diámetro de la circunferencia. Observa:



- a) ¿Qué tipo de triángulo se formará al unir los puntos A, B y C? Muestra cómo llegaste a esa conclusión.

Un Triángulo rectángulo. Al ser  $\overline{AB}$  diámetro de la circunferencia divide al círculo en dos partes iguales, es decir, cada una tiene  $180^\circ$  de circunferencia que al unirlas forman los  $360^\circ$  de un círculo. El ángulo C es inscrito, por lo tanto tiene que tener como valor la mitad del arco  $\overline{AB}$ , y como el arco  $\overline{AB} = 180^\circ$ , se cumple dicha conclusión.

- b) ¿Qué pasa con el triángulo ABC si el punto C se traslada hacia otro punto de la circunferencia? ¿Se sigue conservando el mismo tipo de triángulo? Justifica tu respuesta.

Sí, se conserva la medida de  $90^\circ$  ( $\Delta$  rectángulo)

Porque el diámetro sigue siendo  $\overline{AB}$  y al no moverse este segmento, la ubicación del punto C no afectaría a la formación del Triángulo rectángulo ya que  $\overline{AB}$  continúa dividiendo a la circunferencia en dos partes iguales, ambas de  $180^\circ$  cada una.

## COMENTARIO

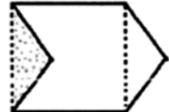
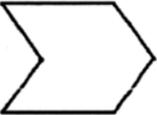
El estudiante interpreta la situación propuesta, agrega información complementaria y luego explica que el triángulo inscrito en la semicircunferencia es un triángulo rectángulo. Usa las propiedades de los ángulos internos del triángulo, la propiedad de los triángulos isósceles y la identificación del radio como lado de dichos triángulos para sustentar sus argumentos. Su forma de razonamiento nos demuestra que es capaz de organizar una secuencia de argumentos y sustentar sus respuestas. Además logra establecer una propiedad general al señalar que si el punto "C" se mueve a otro lugar de la circunferencia la figura formada por ACB, seguirá siendo un triángulo rectángulo siempre que los puntos A y B sean los extremos del diámetro.

## b) Construyendo mosaicos

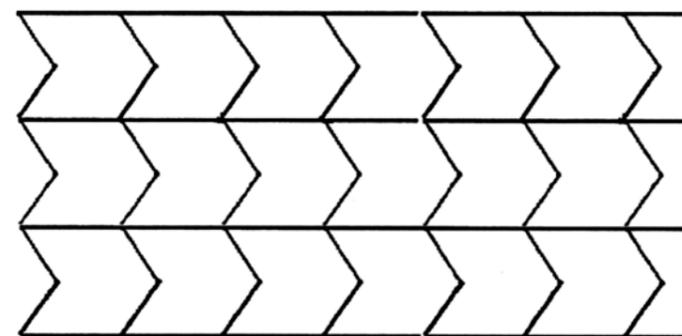
### TAREA 3: CONSTRUYENDO MOSAICOS

Hay algunas reglas que nos sirven para construir losetas, por ejemplo: "Toda parte recortada en un lado del cuadrado se añade mediante una traslación al lado opuesto".

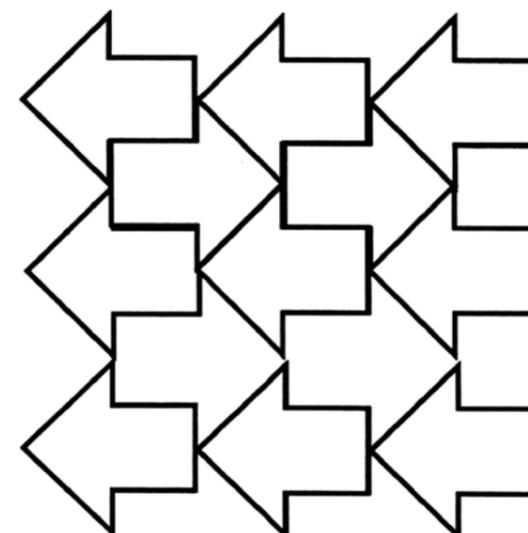
Veamos:

<p>Dibuja un cuadrado:</p> 	<p>Recorta una sección simétrica de un lado del cuadrado y agrégala en el lado opuesto:</p> 	<p>La figura o loseta obtenida es</p> 
--	---	---

Finalmente con esta loseta puedes armar un mosaico como el mostrado:



Ahora observe el siguiente mosaico:



## GLOSARIO

NIVEL 7 - GEOMETRÍA

a) Las losetas de este último mosaico mostrado, también se han elaborado usando el método descrito. Recorte, traslade y pegue una parte de la superficie de este cuadrado para obtener la pieza de mosaico mostrado.

**Forma inicial** **Forma final**

Describe todo tu procedimiento en este espacio.

1: cortar el cuadrado en 2 triángulos iguales

2: cortar uno de los triángulos por la mitad

3: Juntar los triángulos pequeños de forma que se forme un cuadrado

4: unir el cuadrado con el triángulo de modo que quede como una flecha

b) Explica que cortes realizaste a las figura y que condiciones tenían que cumplir dichos cortes para que encajaran unas piezas con otras.

Realicé un corte diagonal en el cuadrado de modo que me queden dos triángulos iguales, luego corté uno de estos triángulos por la mitad, para obtener otros dos triángulos iguales.

## COMENTARIO

El estudiante demuestra capacidad para construir formas bidimensionales compuestas, que resultan de varias transformaciones, entre ellas la rotación y la traslación. Interpreta y decide qué medidas debe considerar al realizar una construcción para que cumpla con las condiciones dadas en el problema. Realiza trazos de segmentos de rectas perpendiculares y paralelas, que apoyan las descripciones de los pasos que empleó para diseñar su mosaico. Demuestra dominio de su capacidad para visualizar las transformaciones que se deben aplicar a una forma para obtener otra dada.

### 1. ARGUMENTAR

Dar razones lógicas o matemáticas que permitan sustentar, probar o demostrar la veracidad o falsedad de una proposición o idea planteada (Ministerio de Educación, 2004, p.28).

### 2. ATRIBUTO MEDIBLE

Se llama así a toda característica cuantificable de un objeto.

### 3. CLASIFICAR

Disponer un conjunto de datos o elementos en subconjuntos o clases de acuerdo a uno o varios criterios. Abarca la identificación de propiedades de los objetos y la comparación mediante el establecimiento de diferencias y semejanzas entre elementos (Heudebert, Chávez, 2006, p.85). La clasificación se distingue del simple agrupamiento en tanto que utiliza criterios que permiten incluir a todos los elementos dados en alguno de los grupos.

### 4. COMPARAR

Establecer una relación entre lo cuantitativo o cualitativo que existe entre dos entes matemáticos de un mismo conjunto o clase (Ministerio de Educación, 2004, p.229).

### 5. COMPROBAR

Verificar, confirmar la veracidad o exactitud de un objeto matemático o situación a través de su concepto o propiedades.

### 6. CONJETURAR

Elaborar suposiciones o hipótesis acerca de la verdad o falsedad de una afirmación, conclusión o resultado matemático a partir de indicios y observaciones (Adaptado del Diccionario de la Real Academia Española, 2012).

### 7. CONSTRUCCIÓN GEOMÉTRICA

Dibujo técnico en el que la utilización apropiada de ciertos instrumentos, como la regla y el compás, asegura la adecuación del dibujo a determinadas propiedades.

### 8. DESCRIBIR

Explicar con detalle las características o condiciones en que presenta algún objeto matemático usando el lenguaje oral (Adaptado del Diccionario de la Real Academia Española, 2012).

### 9. DEMOSTRAR

Abarca desde la justificación o fundamentación de un resultado o proposición utilizando argumentos lógicos o matemáticos, hasta establecer una sucesión finita de pasos para fundamentar la veracidad de una proposición o su refutación.

### 10. ESTIMAR

Es tanto pronosticar el orden de magnitud de un valor o de un resultado numérico como cuantificar, aproximadamente, alguna característica medible de un objeto o suceso.

### 11. EVALUAR

Valorar o determinar el grado de efectividad de un conjunto de estrategias o procedimientos, a partir de su coherencia o aplicabilidad a otras situaciones problemáticas.

### 12. EXPLICAR

Describir o exponer las razones<sup>9</sup> o procedimientos seguidos para la solución de un problema, exigiendo en el alumno establecer conexiones entre sus ideas (Bishop, 1999).

### 13. GENERALIZAR

Identificar, a partir de la observación de casos particulares, la regla general que describe el comportamiento de, por ejemplo, una sucesión, una relación entre variables o de alguna ley matemática.

### 14. IDENTIFICAR

Diferenciar los rasgos distintivos de un objeto matemático; es decir, determinar si pertenece a una determinada clase que presenta ciertas características comunes (Hernández, Delgado y otros, 1999).

### 15. INTERPRETAR

Atribuir significado a las expresiones matemáticas, de modo que estas adquieran sentido en función del propio objeto matemático o en función del fenómeno o problema real del que se trate. Implica tanto codificar como decodificar una situación problemática (Hernández, Delgado y otros, 1999, pp. 69-87).

### 16. MAGNITUD

Característica de un objeto o fenómeno que puede ser medida, como la longitud, la superficie, el volumen, la velocidad, el costo, la temperatura, el peso, etc.

### 17. MODELAR

Asociar un objeto no matemático a un objeto matemático que represente determinados comportamientos, relaciones o características considerados relevantes para la solución de un problema (Hernández, Delgado y otros, 1999, pp. 69-87).

### 18. REPRESENTAR

Elaborar una imagen, gráfico o símbolo visual de un objeto matemático y sus relaciones empleando formas geométricas, diagramas, tablas, el plano cartesiano entre otros.

### 19. SUPERFICIES COMPUESTAS

Es una extensión bidimensional que se caracteriza porque se puede descomponer en otros polígonos.

### 20. VISUALIZAR

Habilidad para crear imágenes mentales que el individuo pueda manipular en su mente, y que le permiten elaborar diferentes representaciones del concepto y, si es necesario, usar la tecnología para expresar la idea matemática en cuestión (Hitt citado en Torregosa, 1995).

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

**ALSINA, C., FORTUNY, J. y PÉREZ, R.** (1997)

¿Por qué Geometría? Propuesta didáctica para la ESO. Madrid: Editorial Síntesis.

**ALSINA, C. BURGUÉSM C. y FORTUNY, J.** (1989)

Invitación a la didáctica de la geometría. Madrid: Editorial Síntesis.

**BARRIOS, Eder y otros** (2008)

El proceso cognitivo de la visualización por estudiantes de nivel superior mediante el uso de software dinámico (CABRI) en la resolución de problemas geométricos. Barranquilla-Colombia: Universidad del Norte. Recuperado el 05 de junio del 2012 en: <http://manglar.uninorte.edu.co/bitstream/10584/74/1/73108499.pdf>

**BRESSAN, Ana y otros** (2000)

Razones para enseñar geometría en la educación básica. Mirar, construir, decir y pensar ... Argentina: Ediciones novedades educativas

**CALLIS, Joseph** (2007)

Didáctica de la Matemática en educación primaria. Modula 6 "Medición". Diploma de Segunda Especialidad de la Matemática en Educación Primaria. Facultad de Educación. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú.

**CASTRO, Enrique** (2001)

Didáctica de la matemática en la educación primaria. Madrid: Editorial Síntesis.

**CHAMORRO, María** (2003)

Didáctica de las matemáticas para primaria. Madrid: PEARSON.

**DEL OLMO ROMERO, María Ángeles y otros** (2000)

Superficie y volumen ¿Algo más que el trabajo con fórmulas? Madrid: Editorial Síntesis.

**FOUZ, Fernando** (2004-2005)

Modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría. Un paseo por la geometría 2004-2005. Centro Virtual de divulgación de las matemáticas Divulgamat. Recuperado el 04 de junio del 2012 en: [http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com\\_content&view=article&id=10884&directory=67&limitstart=7](http://divulgamat2.ehu.es/divulgamat15/index.php?option=com_content&view=article&id=10884&directory=67&limitstart=7)

**GALINDO, Claudia** (1996)

Desarrollo de habilidades básicas para la comprensión de la Geometría. Revista Ema VOL. 2, N° 1, 49-58. Colombia. Recuperado el 05 de junio del 2012 en: [http://funes.uniandes.edu.co/1035/1/22\\_Galindo1996Desarrollo\\_RevEMA.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/1035/1/22_Galindo1996Desarrollo_RevEMA.pdf)

**JÁCOME, Gonzalo y MONTIEL, Gisela** (2007)

Estudio Socioepistemológico de la razón trigonométrica. Elementos para la construcción de su naturaleza proporcional. Memoria de la XI Escuela de Invierno en Matemática Educativa. Red de Centros de Investigación en Matemática Educativa. Mérida, Yucatán – Recuperado el 18 de julio del 2012 en: [http://www.matedu.cicata.ipn.mx/archivos/\(Jacome-Montiel2007a\)-XIEIME\\_Memoria.pdf](http://www.matedu.cicata.ipn.mx/archivos/(Jacome-Montiel2007a)-XIEIME_Memoria.pdf)

**MINISTERIO DE EDUCACIÓN** (2005)

Evaluación nacional del rendimiento estudiantil 2004. Informe pedagógico de resultados – Secundaria, Lima: MED: Unidad de Medición de la Calidad Educativa.

<sup>9</sup> El problema es que en la actualidad de los objetivos de la mayoría de los currículos Matemáticos se centran por completo en "hacer" y casi nada en "explicar". Explicar es la actividad de exponer las relaciones existentes entre unos fenómenos, y la "búsqueda de una teoría explicativa", como la describe Horton (1967) citado en *Enculturación matemática la educación matemática desde una perspectiva cultural*, Alan Bishop, Paidós, 1999, España.

**MINISTRY OF EDUCATION** (2005)

The Ontario Curriculum, Grades 1-8 Mathematics. Ontario, Queen's printer. Recuperado el 01 de junio de 2012 en: <<http://www.edu.gov.on.ca/eng/curriculum/elementary/math.html>>

**MONTIEL, Gisela** (2007)

Proporcionalidad y anticipación, un nuevo enfoque para la didáctica de la trigonometría. Acta Latinoamericana de Matemática educativa. Vol. 20. México. Recuperado el 18 de julio del 2012 en: [http://www.matedu.cicata.ipn.mx/archivos/\(Montiel2007\)ALME-20.pdf](http://www.matedu.cicata.ipn.mx/archivos/(Montiel2007)ALME-20.pdf)

**NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS** (2000)

Principios y estándares para la educación matemática. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

**ORGANISATION FOR ECONOMIC CO-OPERATION AND DEVELOPMENT- OECD** (2003).

Marcos teóricos de PISA 2003. Traducido por Encarnación Belmonte (2004). Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia, Instituto Nacional de Evaluación y Calidad del Sistema Educativo (INECSE).

**RIVEROS, M. y ZANOCCO, P.** (1992)

Geometría: Aprendizaje y juego. Santiago: Ediciones Universidad Católica de Chile.

**TORREGOSA, G. y QUESADA, H.** (2007)

Coordinación de procesos cognitivos en geometría. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, julio, vol 10 número 002. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Recuperado el 01 de junio del 2012 en: <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/335/33500205.pdf>

El IPEBA y el Ministerio de Educación están elaborando MAPAS DE PROGRESO para las distintas competencias que se deben desarrollar en Comunicación, Matemática, Ciencia y Ciudadanía. Esto implica un arduo trabajo técnico, por lo que requiere tiempo. Por ello, el IPEBA y el Ministerio de Educación elaborarán y publicarán los MAPAS de manera progresiva. Esta vez, se pone a disposición de la comunidad educativa los MAPAS DE PROGRESO de Lectura, Escritura y Comunicación Oral en el área de Comunicación; y de Números y operaciones, Cambio y Relaciones, así como los mapas de Geometría y de Estadística y probabilidad en el área de Matemática. Más adelante se tiene programado publicar los mapas de Ciencia, Ciudadanía y Educación Inicial.

Usted puede encontrar este MAPA DE PROGRESO, así como las versiones más recientes de los demás mapas que venimos elaborando en la web: [www.ipeba.gob.pe](http://www.ipeba.gob.pe). Ahí encontrará, además, un espacio para compartir con nosotros sus impresiones y aportes sobre estos mapas.



INSTITUTO PERUANO DE EVALUACIÓN,  
ACREDITACIÓN Y CERTIFICACIÓN DE LA  
CALIDAD DE LA EDUCACIÓN BÁSICA

ISBN: 978-612-46183-4-5

